Cap. 11. Aspecte ale monitorizării asistate de calculator a puterii în sistemele mecanice acţionate electric

11.1 Generalităţi privind puterea mecanică

In general procesele de natură mecanică sunt acţionate cu aport de energie extern, furnizat de către un actuator (cel mai adesea un electromotor, uneori un electromagnet, un actuator Lorentz sau un actuator piezoelectric). Energia electrică absorbită este convertită de către actuator în energie mecanică şi disipată în proces sub formă de lucru mecanic şi căldură. Pentru descrierea transferului energetic se foloseşte cel mai adesea puterea. Pentru transferul în forma electrică se foloseşte puterea activă ***P*** (numită şi putere reală). Pentru transferul în forma mecanică se foloseşte puterea mecanică ***N***. In definiţia puterii mecanice intervin doi vectori: forţa şi viteza *(F, v)*. Dacă aceştia au modul constant, aceeaşi direcţie şi sens, puterea mecanică este descrisă cu:

(11.1) $$N = F \cdot v$$

Evident, definiţia cunoscută a puterii mecanice: puterea este lucrul mecanic raportat la timp se regăseşte aici ($N = L/t = F \cdot d/t = F \cdot v$, *d* fiind notaţia pentru deplasare).

Dacă vectorii *F* şi *v* au modul constant dar drepte suport diferite, concurente, atunci puterea mecanică este descrisă cu o relaţie generalizată:

(11.2) $$N = F \cdot v \cdot cos(\theta)$$

Aici θ este unghiul dintre cei doi vectori. Cu $\theta = 0$ se obţine relaţia (11.1). Din relaţia (11.2) rezultă clar faptul că puterea transferată către sistemul mecanic poate fi:

- **pozitivă** (dacă se satisface relaţia: $-\pi/2 < \theta < \pi/2$), sistemul mecanic absoarbe şi disipă energie de la sistemul de acţionare (valoare maximă pentru $\theta = 0$, adică forţa şi viteza sunt coliniare şi în acelaşi sens);
- **negativă** (dacă se satisface relaţia: $\pi/2 < \theta < 3 \cdot \pi/2$), sistemul mecanic produce energie pe care o transmite sistemului de acţionare (valoare minimă pentru $\theta = -\pi$, adică forţa şi viteza sunt coliniare dar în sensuri contrare);
- **nulă** (dacă se satisfac relaţiile: $\theta = \pi/2$ sau $\theta = -\pi/2$, vectorii fiind în ambele situaţii perpendiculari).

În cazul sistemelor mecanice excitate punctual cu o forţă armonică $F_{ex}=F \cdot sin(\omega \cdot t)$, care dezvoltă în punctul de excitaţie o viteză $v_{ex}=v \cdot sin(\omega \cdot t-\alpha)$, care se comportă deci ca sisteme care vibrează, se defineşte mai întâi produsul forţă-viteză, numit şi putere mecanică instantanee $N_i(t)$:

(11.3) $$N_i(t) = F_{ex} \cdot v_{ex} = F \cdot sin(\omega \cdot t) \cdot v \cdot sin(\omega \cdot t - \alpha)$$

În (11.3) *F* respectiv *v* sunt amplitudinile forţei respectiv a vitezei, ω este pulsaţia (cunoscută şi sub denumirea de frecvenţă unghiulară, $\omega=2 \cdot \pi \cdot f$, *f* fiind frecvenţa), *t* este timpul, α este diferenţa de fază dintre forţă şi viteză. Evident, puterea mecanică instantanee este exprimată ca evoluţie parametrică, parametrul fiind timpul.

Matematic, relaţia (11.3) poate fi dezvoltată după cum urmează:

(11.4) $$N_i(t) = F \cdot sin(\omega \cdot t) \cdot v \cdot [sin(\omega \cdot t) \cdot cos(\alpha) - cos(\omega \cdot t) \cdot sin(\alpha)]$$

adică:

(11.5) $N_i(t) = F \cdot v \cdot [sin(\omega \cdot t) \cdot sin(\omega \cdot t) \cdot cos(\alpha) - sin(\omega \cdot t) \cdot cos(\omega \cdot t) \cdot sin(\alpha)]$

O simulare grafică a evoluţiei puterii instantanee şi a constituenţilor (forţă şi viteză instantanee $-F_{ex}$, v_{ex}, conform cu (11.3)) se realizează cu ajutorul următorului program Matlab:

Program fig1p1

```
close all;clear all;frecventa=1;k=1;
for t=0:0.01:1;
   f(k)=1*sin(2*pi*t);v(k)=1*sin(2*pi*t-pi/6);
   putinst(k)=f(k)*v(k);timp(k)=t;k=k+1;
end
plot(timp,f,'r','LineWidth',1.5);hold on
plot(timp,v,'b','LineWidth',1.5);
plot(timp,putinst,'k','LineWidth',1.5);grid
```

Se consideră o secvenţă temporală cu durata de o secundă. Se consideră că amplitudinile celor două mărimi armonice sunt unitare şi că defazajul între acestea este $\alpha=\pi/6$. Frecvenţa celor două mărimi armonice este de 1 Hz (deci pulsaţia $\omega=2\cdot\pi$), iar perioada este $T=1/f=1s$. Se consideră o discretizare a descrierii timpului cu un increment egal cu 0,01 s. Rularea programului conduce la rezultatul grafic din figura 11.1.

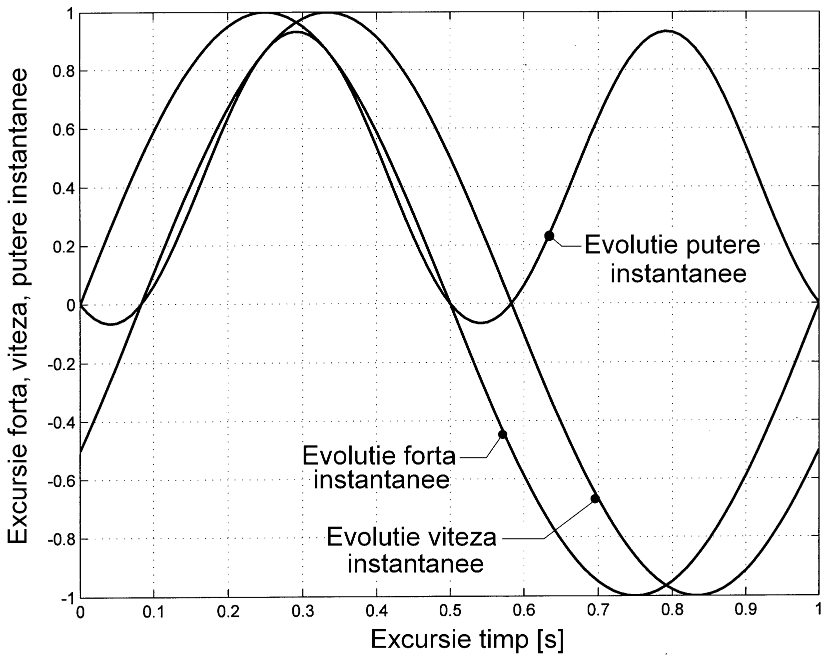

Figura 11.1 *Simulare grafică forţă, viteză şi putere instantanee.*

Pe figură se observă faptul că defazajului dintre forţa şi viteza instantanee îi corespunde o întârziere (viteza este precedată de forţă).

Puterea instantanee este şi ea periodică dar nearmonică (are componentă constantă). Perioada acesteia este jumătate din cea a constituenţilor, respectiv frecvenţa este dublă. Puterea instantanee are o componentă constantă (valoarea medie pe o perioadă T) şi una variabilă. Cea variabilă este vehiculată între sursă (actuator) şi consumator (sistemul mecanic) fără să producă lucru mecanic sau căldură (ea se mai numeşte şi putere mecanică imaginară). Dimpotrivă, componenta constantă a acesteia (numită şi putere mecanică reală, notată cu *N*) este absorbită şi utilizată de către sistemul mecanic. Matematic aceasta se defineşte prin integrare, conform cu figura 11.1, ca arie a suprafeţei mărginite de abscisă şi de puterea instantanee pe un domeniu egal cu perioada *T* sau cu semiperioada *T/2,* conform cu:

(11.6) $$N = \frac{1}{T}\int_{t=0}^{T} N_i(t)\cdot dt = \frac{1}{T}\int_{t=0}^{T} F_{ex}(t)\cdot v_{ex}(t)\cdot dt = \frac{2}{T}\int_{t=0}^{T/2} F_{ex}(t)\cdot v_{ex}(t)\cdot dt$$

Sau, ţinând seama de (11.5):

(11.7) $$N = F \cdot v \cdot \frac{1}{T} \int_{t=0}^{T} [sin(\omega \cdot t) \cdot sin(\omega \cdot t) \cdot cos(\alpha) - sin(\omega \cdot t) \cdot cos(\omega \cdot t) \cdot sin(\alpha)] \cdot dt$$

Sau:

(11.8) $$N = F \cdot v \cdot [cos(\alpha) \cdot \frac{1}{T} \int_{t=0}^{T} [sin(\omega \cdot t) \cdot sin(\omega \cdot t) \cdot dt - sin(\alpha) \cdot \frac{1}{T} \int_{t=0}^{T} sin(\omega \cdot t) \cdot cos(\omega \cdot t) \cdot dt]$$

În relaţia (11.8) termenul al doilea dintre parantezele pătrate este nul din cauză că rezultatul integralei este nul. Demonstraţia se poate face imediat dacă intervalul infinit mic *dt* se transformă în increment $\Delta t \approx dt$ de descriere temporală a mărimilor de sub integrală, aceasta transformându-se în sumă, conform cu:

(11.9)
$$\frac{1}{T} \int_{t=0}^{T} sin(\omega \cdot t) \cdot cos(\omega \cdot t) \cdot dt \approx \frac{1}{n \cdot \Delta t} \cdot \sum_{t=0}^{n \cdot \Delta t} [sin(\omega \cdot t) \cdot cos(\omega \cdot t) \cdot \Delta t] = \frac{1}{n} \cdot \sum_{t=0}^{n \cdot \Delta t} [sin(\omega \cdot t) \cdot cos(\omega \cdot t)]$$

În relaţia (11.9) $n \cdot \Delta t = T$, n fiind numărul de eşantioane, de valori ale timpului, sau $n = T/\Delta t$, raportul perioadă/increment (considerând că acesta este un număr întreg).
Ultima expresie din relaţia (11.9) este nulă, aspect confirmat şi de simularea Matlab realizată cu programul:

Program sincos

```
close all;clear all;puls=2*pi;per=2*pi/puls;med=0;k=1;
for t=0.0001:0.0001:per;
   ord(k)=sin(puls*t)*cos(puls*t);med=med+ord(k);absc(k)=t;k=k+1;
end
k=k-1;;med=med/k
plot(absc,ord,'k','LineWidth',1.5);grid
```

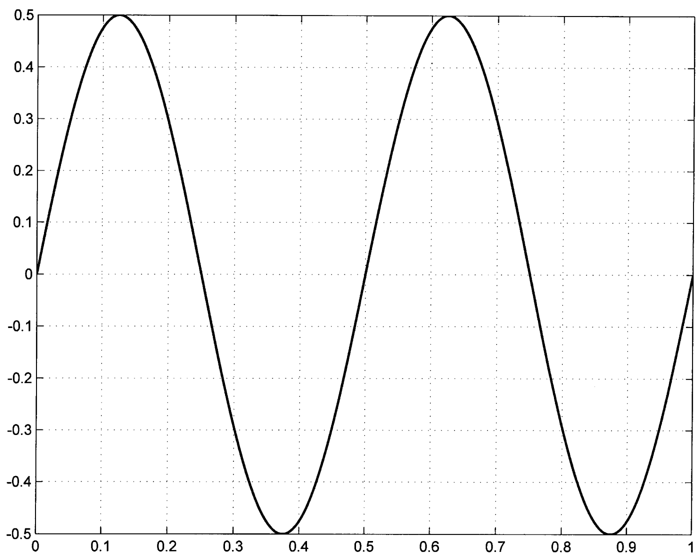

Figura 11.2 *Reprezentare grafică a funcţiei sin(ω·t)· cos(ω·t) pe un interval egal cu perioada T=1 s. Media este nulă.*

Programul calculează valoarea ultimei relaţii din (11.9), folosind datele deja definite anterior, considerând valoarea $\Delta t = 0{,}0001$ *s*, pentru $T = 1s$ rezultând $n = 10000$. Rezultatul este rezident în varibila `med` şi afişat la rularea programului adică med=$7{,}8266 \cdot 10^{-18}$, valoare foarte apropiată de zero, (totuşi diferită de aceasta din cauza dificultăţilor Matlab de descriere a numerelor foarte apropiate de zero). O confirmare suplimentară a acestei concluzii este oferită şi de reprezentarea grafică în funcţie de timp a argumentului $sin(\omega \cdot t) \cdot cos(\omega \cdot t)$ al sumei, conform figurii 11.2. Valoarea medie a acestei evoluţii este evident zero. Deci se poate scrie:

$$\frac{1}{T}\int_{t=0}^{T} sin(\omega\cdot t)\cdot cos(\omega\cdot t)\cdot dt = 0 \qquad (11.10)$$

Cu aceasta, expresia (11.8) devine:

$$N = F\cdot v\cdot cos(\alpha)\cdot\frac{1}{T}\int_{t=0}^{T}[sin(\omega\cdot t)\cdot sin(\omega\cdot t)\cdot dt] \qquad (11.11)$$

Pe baza consideraţiilor care au condus la (11.9) se poate rescrie factorul integralei din (11.11) ca:

(11.12)

$$\frac{1}{T}\int_{t=0}^{T}[sin(\omega\cdot t)\cdot sin(\omega\cdot t)\cdot dt] \approx \frac{1}{n\cdot\Delta t}\cdot\sum_{t=0}^{n\cdot\Delta t}[sin(\omega\cdot t)\cdot sin(\omega\cdot t)\cdot\Delta t] = \frac{1}{n}\cdot\sum_{t=0}^{n\cdot\Delta t}[sin(\omega\cdot t)\cdot sin(\omega\cdot t)]$$

Valoarea ultimei expresii din (11.12) poate fi dedusă în manieră absolut asemănătoare, prin simulare Matlab, folosind un program structural identic cu cel precedent:

Program sinsin

```
close all;clear all;puls=2*pi;per=2*pi/puls;med=0;k=1;dt=0.0001;
for t=0:dt:per;
   ord(k)=sin(puls*t)*sin(puls*t);med=med+ord(k);absc(k)=t;k=k+1;
end
k=k-1;med=med/k
plot(absc,ord,'k','LineWidth',1.5);grid
```

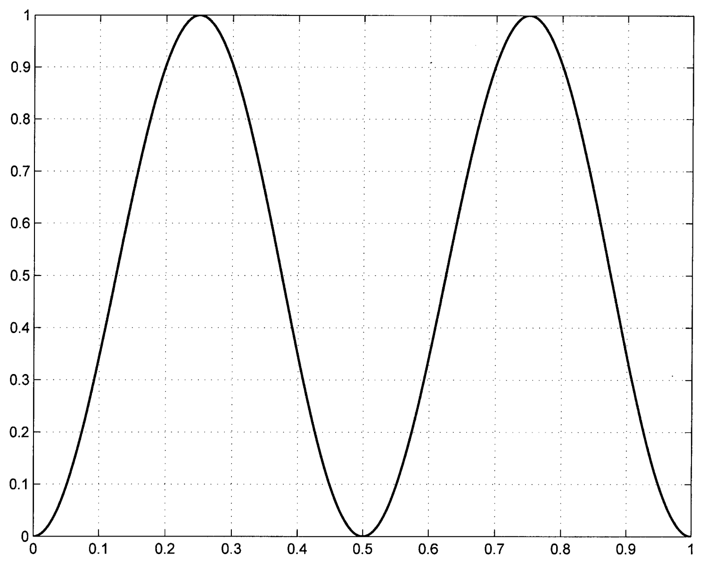

Figura 1.3 Reprezentare grafică a funcţiei *sin(ω·t)· sin(ω·t)* pe un interval egal cu perioada *T=1 s*. Media este 1/2.

Singura deosebire între cele două programe este secvenţa marcată cu caractere îngroşate. Variabila `med` listează valoarea expresiei, aici med=0,5. Aspectul este confirmat şi de reprezentarea grafică în funcţie de timp a expresiei $sin(\omega\cdot t)\cdot cos(\omega\cdot t)$, conform figurii 1.3. Media acesteia este evident 0,5.

Cu aceasta se poate scrie:

(11.13)

$$\frac{1}{T}\int_{t=0}^{T} sin(\omega\cdot t)\cdot sin(\omega\cdot t)\cdot dt = \frac{1}{2}$$

Ceea ce înseamnă că expresia puterii mecanice din (11.11) devine:

(11.14) $$N = \frac{1}{2} F \cdot v \cdot cos(\alpha)$$

Sau:

(11.15) $$N = \frac{F}{\sqrt{2}} \cdot \frac{v}{\sqrt{2}} \cdot cos(\alpha)$$

Sau încă:

(11.16) $$N = F_{rms} \cdot v_{rms} \cdot cos(\alpha)$$

În (11.16) $F_{rms} = F / \sqrt{2}$ respectiv $v_{rms} = v / \sqrt{2}$ se numesc rădăcini medii pătratice ale forţei instantanee respectiv ale vitezei instantanee, numite formal şi valori *rms* ale forţei respectiv vitezei. Calculul rădăcinii medii pătratice relativ la forţă se face pe o perioadă a acesteia ($T=n \cdot \Delta t$) după cum urmează:

(11.17) $$F_{rms} = \sqrt{\frac{F_{ex}^2(\Delta t) + F_{ex}^2(2 \cdot \Delta t) + ... + F_{ex}^2(n \cdot \Delta t)}{n}} = \frac{F}{\sqrt{2}}$$

Ultima egalitate este confirmată de o simulare Matlab, realizată cu programul:

Program valrms

```
close all;clear all
puls=2*pi;per=2*pi/puls;med=0;k=1;inc=0.0001;
for t=inc:inc:per;
   ord(k)=(sin(puls*t))^2;med=med+ord(k);k=k+1;
end
k=k-1;;med=med/k;med=med^0.5
```

în care se consideră o amplitudine unitară a forţei, un increment $\Delta t=0,0001s$ şi o valoare a perioadei $T=1s$ (deci $n=10000$).

Rularea programului permite listarea valorii rms a forţei armonice cu amplitudine unitară, rezidentă în variabila `med`, adică $med = 0,7071 = 1/\sqrt{2}$. Evident că acelaşi rezultat se obţine în cazul deducerii valorii *rms* a vitezei armonice de amplitudine unitară. Se confirmă astfel relaţia (11.17) şi consideraţiile care au condus la relaţia (11.16).

Se observă faptul că relaţia (11.16) este structural identică cu relaţia (11.2). Unghiul α de defazaj forţă-viteză este acelaşi cu unghiul dintre fazorul forţei şi al vitezei din (11.2).

Şi aici, ca şi în cazul relaţiei (11.2) se pot defini cele trei regimuri distincte de putere mecanică (pozitivă, negativă sau nulă).

În cazul **puterii pozitive**, valoarea maximă este atinsă când $\alpha = 0$ (forţa şi viteza sunt în fază), sistemul aflându-se la rezonanţă mecanică. Se spune că sistemul mecanic are disponibilitate maximă în a absorbi şi a stoca energie mecanică furnizată de sistemul de acţionare. Sistemul mecanic îşi creşte sistematic amplitudinea vibraţiilor. În absenţa unor fenomene limitative evoluează până la distrugere.

În cazul **puterii negative**, valoarea minimă este atinsă când $\alpha = \pi$ (forţa şi viteza sunt în opoziţie de fază, *out of phase*). Sistemul de acţionare preia energia furnizată de către sistemul mecanic (care se presupune că vibra anterior instalării acestui regim) şi îşi reduce sistematic amplitudinea vibraţiei până la anularea acesteia. În acest regim de funcţionare se realizează amortizarea vibraţiilor.

Pentru situaţia în care $\alpha = \pi/2$ sau $\alpha = -\pi/2$, puterea vehiculată între sistemul de acţionare şi cel mecanic, vibrator, **este nulă**. Se spune că sistemul mecanic este izolat faţă de sistemul de acţionare.

Aceste aspecte vor fi instrumentate practic la laborator.

Pentru cazul sistemelor care execută mişcări de rotaţie definiţia puterii mecanice poate fi dedusă prin analogie conform cu:

(11.18) $$N = M_t \cdot \omega$$

Adică produsul dintre momentul de torsiune M_t şi viteza unghiulară ω. Se presupune aici că este eliminată confuzia dintre viteza unghiulară şi pulsaţie (folosită anterior) chiar dacă se foloseşte aceeaşi notaţie.

Relaţia (11.18) rezultă din (11.1) dacă viteza este scrisă sub forma: $v = ds/dt$, ca viteză de parcurgere a unui arc elementar de cerc, de lungime ds. Dacă R este raza cercului şi $d\theta$ este unghiul la centru (valoare în radiani) ce subântinde arcul ds, atunci viteza se poate scrie ca: $v = R\cdot d\theta/dt = R\cdot\omega$, unde $\omega = d\theta/dt$ este viteza unghiulară a punctului de aplicaţie al forţei. Cu aceasta, relaţia (11.2) se poate scrie ca:

(11.19) $$N = F \cdot v = F \cdot R \cdot \omega = M_t \cdot \omega$$

Obţinându-se exact relaţia (11.18).

Puterea poate fi în acest caz pozitivă sau negativă după cum momentul şi viteza unghiulară au acelaşi sens sau sensuri contrare. În relaţia (11.19) se prezumă că forţa şi viteza sunt coliniare (ambele tangenţiale la cercul descris de punctul de aplicaţie).

Măsurarea fizică a puterii mecanice pentru mişcarea de translaţie presupune determinarea cu ajutorul unor traductori adecvaţi a modulului vectorului forţă (sau a valorii *rms* în cazul vibraţiilor), a modulului vectorului viteză (sau a valorii *rms* în cazul vibraţiilor) şi a unghiului dintre aceştia (respectiv a defazajului în cazul vibraţiilor).

Măsurarea fizică a puterii mecanice pentru mişcarea de rotaţie presupune determinarea cu ajutorul unor traductori adecvaţi a momentului de torsiune, a vitezei unghiulare precum şi a relaţiei de sens dintre acestea.

Evaluarea evoluţiei în timp a puterii mecanice presupune evaluarea în timp a componentelor de definiţie a acesteia.

11.2 Generalităţi privind puterea electrică

Pentru caracterizarea circuitului de alimentare electrică a unui consumator alimentat la o reţea de curent alternativ monofazat, în regim staţionar, se pot defini o serie de mărimi armonice după cum urmează:

-tensiunea instantanee:

(11.20) $$u(t) = U \cdot \sin(\omega \cdot t)$$

-curentul instantaneu:

(11.21) $$i(t) = I \cdot \sin(\omega \cdot t - \varphi)$$

-puterea instantanee:

(11.22) $$p(t) = u(t) \cdot i(t) = U \cdot \sin(\omega \cdot t) \cdot I \cdot \sin(\omega \cdot t - \varphi)$$

În relaţia (11.20) ***U*** este amplitudinea (valoarea maximă) tensiunii instantanee, $\boldsymbol{\omega=2\cdot\pi\cdot f}$ este pulsaţia (sau frecvenţa unghiulară), ***f*** este frecvenţa (de exemplu, pentru reţelele din ţară frecvenţa este de 50 Hz), ***t*** este timpul.

În relaţia (11.21) ***I*** este amplitudinea (valoarea maximă) curentului instantaneu, $\boldsymbol{\varphi}$ este defazajul dintre curentul şi tensiunea instantanee. Semnul minus din faţa defazajului indică caracterul inductiv al reactanţei consumatorului (de exemplu un electromotor).

În relaţiile (11.22) şi (11.3) se observă similitudinea matematică perfectă a descrierilor din membrul drept, diferenţa fiind legată doar de notaţii şi de semnificaţiile parametrilor care intervin.

Relaţiile (11.20), (11.21) şi (11.22) pot fi utilizate pentru o simulare grafică în condiţii asolut identice cu cele din figura 11.1.

Ca şi în cazul puterii mecanice (relaţia (11.6)), partea reală a puterii electrice instantanee (numită şi putere activă, regăsită în lucru mecanic sau căldură) se defineşe ca integrală definită, conform cu:

(11.23)
$$P=\frac{1}{T}\int_{t=0}^{T}p(t)\cdot dt=\frac{1}{T}\int_{t=0}^{T}u(t)\cdot i(t)\cdot dt=\frac{2}{T}\int_{t=0}^{T/2}u(t)\cdot i(t)\cdot dt$$

Aceasta înseamnă că tot demersul matematic realizat anterior poate fi parcurs şi aici, în termeni identici, obţinându-se relaţia de definire a puterii electrice active, prin similitudine cu (11.16), conform cu:

(11.24)
$$P=U_{rms}\cdot I_{rms}\cdot cos(\varphi)$$

Uzual factorii U_{rms} şi I_{rms} se numesc şi valori eficace ale tensiunii respectiv ale curentului. Evident că ele păstrează aceeaşi manieră de definire ca în cazul F_{rms} respectiv v_{rms}, adică $U_{rms}=U/\sqrt{2}$ respectiv $I_{rms}=I/\sqrt{2}$.

O înţelegere mai clară a valorilor *rms* este intermediată de semnificaţia valorii I_{rms}. Fizic I_{rms} este valoarea unui curent continuu aplicat unui rezistor care produce prin efect Joule aceeaşi cantitate de căldură ca în situaţia aplicării unui curent alternativ de amplitudine *I*.

În relaţia (11.24) factorul $cos(\varphi)$ se mai numeşte şi factor de putere.

Similitudinea relaţiilor (11.16) şi (11.24) este extrem de interesantă. Două tipuri diferite de energie (partea reală a energiei mecanice respectiv electrice) au aceeaşi descriere matematică formală. Ca şi anterior, se pot defini trei situaţii distincte de putere electrică activă (pozitivă, negativă sau nulă).

În cazul puterii **pozitive**, valoarea maximă este atinsă când $\varphi = 0$ (tensiunea şi curentul instantaneu sunt în fază). Se spune că sistemul mecanic are disponibilitate maximă în a absorbi şi a stoca energie mecanică furnizată de sistemul de acţionare (impedanţă electrică minimă).

În cazul puterii **negative**, valoarea minimă este atinsă când $\varphi = \pi$ (tensiunea şi curentul instantaneu sunt în opoziţie de fază, *out of phase*). Circulaţia de putere se face invers, dinspre consumator către reţea.

Pentru situaţia în care $\varphi = \pi/2$ sau $\varphi = -\pi/2$, puterea absorbită este nulă. Se spune că există impedanţă infinită a consumatorului.

Conform relaţiei (11.24) măsurarea puterii mecanice active necesită măsurarea celor trei parametri distincţi, tensiune eficace, curent eficace şi factor de putere.

Pentru consumatorii electrici alimentaţi în curent continuu cu o tensiune *U* şi care absorb un curent *I*, puterea electrică activă este definită prin particularizarea relaţiei (11.24) cu:

(11.25)
$$P=U\cdot I$$

Această situaţie este considerată marginală în contextul prelegerii de faţă. Demesul în continuare va fi concentrat pe consumatori alimentaţi în curent alternativ.

Dacă consumatorul alimentat electric este un sistem de acţionare şi converteşte energia (puterea) electrică în energie (putere) mecanică, atunci este evident că legătura dintre acestea este de forma:

(11.26)
$$N = \mu \cdot P$$

Aceasta permite măsurarea puterii mecanice prin intermediul puterii electrice. Măsurarea puterii electrice este mai uşor de realizat. În relaţia (11.26) μ reprezintă randamentul conversiei, evident $\mu<1$.

Toate fenomenele care au reflectare în absorbţie de putere mecanică, de natură statică sau dinamică, au un echivalent în evoluţia puterii electrice active, şi pot fi astfel monitorizate, pe baza relaţiei (11.26).

11.3 Aspecte ale evaluării asistate de calculator a evoluţiei puterii electrice active absorbite de sistemele de acţionare alimentate în curent alternativ

Conceptual evaluarea asistată de calculator a evoluţiei temporale a puterii electrice active se poate introduce pe baza considerentelor din figura 11.4. Sistemul de curent alternativ,

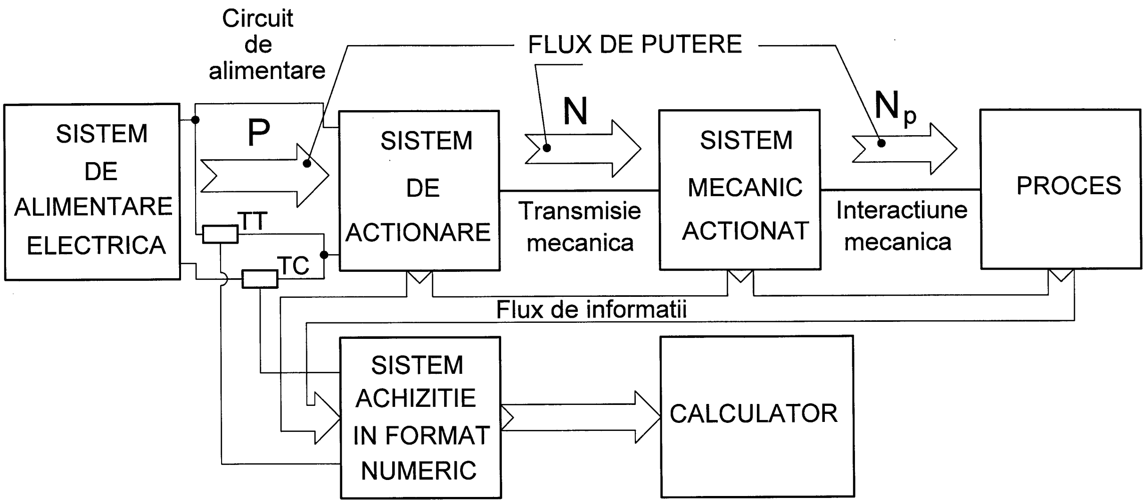

Figura 11.4 *Elemente conceptuale ale evaluării asistate de calculator a puterii electrice active*

monofazat, de alimentare cu energie electrică, alimentează sistemul de acţionare (de exemplu un electromotor) prin intermediul unui transformator de curent înseriat TC. Un transfomator de tensiune TT este plasat în paralel. Cele două transformatoare servesc pentru constituirea informaţiei de curent şi tensiune instantanee (*u(t)* şi *i(t)*) şi separare galvanică a circuitului de alimentare de circuitul de măsură. În absenţa necesităţii separării galvanice transformatorul de curent TC poate fi substituit printr-un shunt rezistiv (un rezistor calibrat de pe care se prelevează o cădere de tensiune poporţională cu curentul prin rezistor). Cele două informaţii sunt practic două tensiuni proporţionale cu *u(t)* şi *i(t)* (evident, cu factor de proporţionalitate cunoscut) accesibile unui sistem de achiziţie a datelor în format electronic. De exemplu, în laborator se foloseşte un osciloscop numeric ADC 212-50 (PicoScope Technology), cu două canale, cu rezoluţie de 12 biţi şi cu amplificator de instrumentaţie incorporat. Sistemul converteşte informaţia în format analogic de la intrare în format numeric la ieşire, accesibil calculatorului. Cu utilizarea facilităţilor de calcul din mediul de programare Matlab se poate realiza constituirea descrierii puterii electrice active, evident în evoluţie temporală.

Utilizarea relaţiei (11.24) pentru evaluarea puterii electrice active este relativ dificilă. Ea presupune detecţia maximelor (a amplitudinilor) de tensiune şi curent, calculul valorilor eficace (*rms*), determinarea unghiului de defazaj (φ) şi calculul factorului de putere $cos(\varphi)$. Unghiul de defazaj provine din convertirea decalajului temporal dintre tensiunea instantanee şi curent.

Din acest motiv mai comodă este utilizarea relaţiei (11.23), rescrisă prin aproximarea integralei definite ca sumă, în condiţii procedurale deja definite şi testate anterior, conform relaţiilor (11.9) şi (11.12). Relaţia (11.23) de definire a puterii electrice active poate fi rescrisă după cum urmează:

$$P_1 = \frac{1}{T}\int_{t=0}^{T} u(t)\cdot i(t)\cdot dt \approx \frac{1}{n\cdot \Delta t}\cdot \sum_{t=0}^{n\cdot\Delta t} u[t]\cdot i[t]\cdot \Delta t = \frac{1}{n}\cdot \sum_{t=0}^{n\cdot\Delta t} u[t]\cdot i[t] \qquad (11.27)$$

În relaţia (11.27) cu *u[t]* şi *i[t]* s-au notat valorile discrete convertite în format numeric ale tensiunii şi curentului instantaneu. Tot aici Δt este incrementul temporal dintre două conversii succesive ($1/\Delta t$ este chiar rata de conversie, sau numărul de achiziţii pe secundă) iar n este numărul de achiziţii pe perioada T, ($T=n\cdot\Delta t$) a tensiunii instantanee (evident aceeaşi cu cea a curentului instantaneu). Corespunzător frecvenţei de 50 Hz, perioada T este de 1/50 s = 20 ms.

Puterea electrică activă din relaţia (11.27) este scrisă pentru o primă perioadă T. Prin analogie se poate scrie expresia acesteia pentru o perioadă oarecare, generică, notată cu g, presupunând o secvenţă de descriere cu durata de p perioade T după cum urmează:

$$P_g \approx \frac{1}{n}\cdot \sum_{t=(g-1)\cdot n\cdot\Delta t}^{g\cdot n\cdot\Delta t} u[t]\cdot i[t] \qquad \text{cu } g = 1 \div p \qquad (11.28)$$

Rata de descriere a puterii active din scrierea (11.28) este evident egală cu frecvenţa tensiunii instantanee (se obţine câte o valoare pe fiecare perioadă T), adică 50 s^{-1} (valori pe secundă). Propunem drept exerciţiu deducerea unei formule care să permită descrierea puterii active cu o rată de 100 s^{-1}, plecând de la relaţia (11.23), puterea electrică activă se poate defini şi prin medierea produsului $u(t)\cdot i(t)$ pe o semiperioadă T/2.

Dacă admitem descrierea tensiunilor *u[t]* şi *i[t]* prin intermediul transformatoarelor TT şi TC ca fiind date de:

$$u[t] = k_{TT}\cdot u_{TT}[t] \qquad \text{şi} \qquad i[t] = k_{TC}\cdot u_{TC}[t] \qquad (11.29)$$

adică produsul dintre descrierile $u_{TT}[t]$, $u_{TC}[t]$ ale tensiunii şi curentului instantaneu prin transformatoarele TT şi TC şi rapoartele de transformare k_{TT} şi k_{TC} al transformatoarelor. Raportul k_{TT} este adimensional, raportul k_{TC} este dimensional (unitatea de măsură este amper/volt adică A/V).

Atunci relaţia (11.28) devine:

$$P_g \approx \frac{k_{TT}\cdot k_{TC}}{n}\cdot \sum_{t=(g-1)\cdot n\cdot\Delta t}^{g\cdot n\cdot\Delta t} u_{TT}[t]\cdot u_{TC}[t] \qquad (11.30)$$

Această relaţie este foarte facil de implementat pe structurile de calcul din mediul Matlab, necesitând operaţii matematice de rutină.

Dacă circuitul de alimentare din figura 1.4 este trifazat (cazul cel mai întâlnit în practică, atunci transformatorul de curent TC se plasează cu înfăşurarea primară în serie pe o fază), transformatorul de tensiune TT se plasează între o fază şi nulul reţelei (sau cu totul excepţional, dacă nulul reţelei nu este accesibil, între o fază şi priza de pământ, sau nulul de protecţie). În relaţia (11.30) se adaugă un factor egal cu trei, dacă consumatorul este simetric şi echilibrat (puterea fiind măsurată pe o singură fază), expresia (11.30) devenind:

(11.31) $$P_g \approx \frac{3 \cdot k_{TT} \cdot k_{TC}}{n} \cdot \sum_{t=(g-1)\cdot n\cdot\Delta t}^{g\cdot n\cdot\Delta t} u_{TT}[t] \cdot u_{TC}[t]$$

Cu titlul general să notăm că în figura 11.4 se defineşte un flux direct, de putere $P > N > N_p$ din cauza pierderilor, dar şi un flux invers, de informaţii privind procesul, sistemul mecanic acţionat şi sistemul de acţionare, accesibil prin intermediul achiziţiei de date care constituie relaţia (11.30) şi explorabil prin intermediul facilităţilor de analiză asistată de calculator a semnalului de descriere a puterii electrice active.

Sistemul de acţionare (electromotorul) are dublu rol: cel consacrat, de conversie a energiei electrice în energie mecanică, pe fluxul direct, dar şi de traductor natural de încărcare, prin intermediul fluxului invers, pe baza relaţiei 11.31.